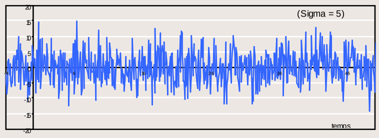
Le bruit

- ***Définition***
- **Origine du Bruit**
- ***Caractérisation***
- ***Fonction d'auto-corrélation statistique***
- ***Densité spectrale de Puissance***
- ***Effet d'un filtre sur le bruit***
- ***Bruit Blanc Additif Gaussien***
- **Rapport Signal / Bruit**

Définition du bruit

- Fluctuations aléatoires, de moyenne nulle, d'une grandeur
- Présent partout (sonore, électrique…)

Ex: bruits blancs additifs gaussiens



Source de bruits

- Les perturbations externes :
  - Parasites, ronflements d'alimentations…
    => protection possible par blindage
- Les bruits internes : Inévitables
  - **Bruit Thermique**
    - L'agitation thermique est responsable de fluctuations de tensions courants…
    - Modélisable par un BBAG
    - On définit une température de la source T telle que
      γ_b = kT (k constante de Boltzmann)
  - **Bruit de grenaille**
    Lié à la nature quantique des charges

Caractéristiques du bruit

Caractérisation statistique :

- σ_u: Ecart –Type : (racine de l'écart quadratique moyen)
- $P_t(u)$= loi probabilité qu'à un instant t la valeur de la grandeur soit u
- Fonction d'auto-corrélation

Transformée de Fourrier ????

Le bruit est une fonction non bornée

=> TF ne peut pas être calculée!!!

Fonction d'auto-corrélation statistique

Soit s(t) un signal aléatoire, la fonction d'auto-corrélation statistique est définie par :

$$R_{ss}(t_1,t_2)=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} ab\, f_{ss}(a,b,t_1,t_2)\,da\,db$$

où $f(a,b,t_1,t_2)$ est la probabilité que le signal soit égale à a en t_1 et b en t_2

Note : Pour des valeurs discrètes Intégrale -> Somme.

Cas extrêmes :

- Pour $t_1 = t_2$ on trouve R_{ss} = <a²>, le moment d'ordre 2 de a
- Pour un signal très corrélé
  Ex: b ~ a, si t_2 ~ t_1 on trouve aussi R_{ss} = <a²>
- Pour un signal très peu corrélé R_{ss} = <a>.<b>
  (c'est-à-dire 0 pour un signal de moyenne nulle)

Densité spectrale de Puissance

Pour un signal **stationnaire au second ordre**

C'est-à-dire

- Espérance mathématique constante
- $\boxed{R_{SS}(t,t+\tau)=R_{SS}(\tau)}$

On définit la **Densité Spectrale de Puissance par :**

la TF de la fonction d'auto-corrélation

$$\boxed{\gamma_{ss}(f)=TF^{+}(R_{ss})=\int_{-\infty}^{+\infty}R_{ss}(\tau)\exp(-2j\pi f\tau)\,d\tau}$$

(Théorème de Wiener-Khintchine)

Densité Spectrale de Puissance

→ Il s'agit bien d'une densité de puissance en fréquence ou plutôt d'une **grandeur proportionnelle à la densité de puissance**

En effet :

Rappel : Puissance associée à une tension appliquée à une résistance pure : $P = \frac{1}{R} U^2 \propto U^2$

Donc à 1/R près, pour une grandeur aléatoire : $P_U = E[\|U(t)\|^2]$

Par définition de R_{UU} $\quad P_U = R_{UU}(\tau = 0)$

Or $\quad R_{UU}(\tau = 0) = \left(TF^{-}[S_{UU}]\right)(\tau = 0)$

Donc $\quad P_U = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{UU}(f) e^{j2\pi .0} df \quad => \quad \int_{-\infty}^{+\infty} S_{UU}(f) df$

Effet d'un filtre sur le bruit

- Soit un filtre de fonction de transfert G(f)

On démontre que :

$$\boxed{[\gamma_{ss}(f)]_{out} = \left|\overline{G}(f)\right|^2 * [\gamma_{ss}(f)]_{in}}$$

=> On peut raisonner comme avec un signal déterministe

=> Application: un filtre bien choisi (hors fréquences du signal) peut réduire le bruit sans trop endommager le signal

Bruit Blanc Additif Gaussien

Définition :

Gaussien : loi de probabilité est une loi normale

Additif : se superpose au signal

Blanc : pas de corrélation entre 2 instants distincts

=> $R_{ss}(\tau) = \delta(\tau)$

Propriétés :

- **Densité spectrale =** γ_b **=constante**
- **Puissance** (du bruit perturbant le signal)

$$\boxed{P = \gamma_b . \Delta F}$$

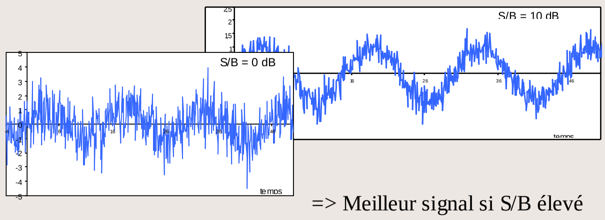
ΔF domaine de fréquence occupé par le signal perturbé

Rapport Signal / Bruit

Définition :

$$\boxed{S/B = 10\log(P_s / P_b) \quad [dB]}$$

- P_s : Puissance du signal
- P_b : Puissance du bruit



=> Meilleur signal si S/B élevé

Rapport Signal / Bruit

Note :

Dans une chaîne d'amplification, le bruit est également amplifié

=> Il est important de réduire les risques de bruit **à l'entrée de la chaîne de traitement.**