

Déformation d'un signal

10. Déformation d'un signal

- 10.1 Transformée de Fourier
- 10.2 Analyse spectrale d'un signal
- 10.3 Effet d'un filtre sur un signal
- 10.4 Des signaux carrés pour la transmission numérique de données ?

Transformée de Fourier

Postulat de base

Tout signal de nature physique peut être décomposé en une superposition de signaux sinusoidaux

Intérêt

Réponse d'un système linéaire à un signal quelconque

- Réponse = Σ réponses du système à l'excitation de chaque composante sinusoidale
- Notation complexe \Rightarrow le système d'équations différentielles se ramène à un système d'équations linéaires complexes

Question

Comment connaître cette décomposition ?

Transformée de Fourier

Transformation de Fourier

La fonction $X : f \rightarrow X(f)$

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot e^{-j2\pi ft} \cdot dt$$

où

est la transformée de Fourier de la fonction $x : t \rightarrow x(t)$

f : fréquence [Hz] (rappel : $\omega = 2\pi f$ avec ω pulsation [rad/s])

Transformation de Fourier Inverse

La fonction

$$x : t \rightarrow x(t)$$

où

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(f) e^{+j2\pi ft} df$$

est la transformée de Fourier inverse de la fonction $X : f \rightarrow X(f)$

Transformée de Fourier

Intérêt

- La transformée de Fourier fournit, pour n'importe quel signal, les coefficients de chacune des composantes sinusoidales
- La transformée de Fourier inverse reconstruit le signal à partir de ces coefficients

Notes

- L'ensemble des coefficients forme le **spectre de Fourier** du signal
- Coefficients complexes \Rightarrow 2 informations

Le **spectre d'amplitude** : $\{ |f, |X(f)| \}$

Le **spectre de phase** : $\{ |f, \arg\{X(f)\} \}$

- Il existe différentes conventions pour la transformée de Fourier

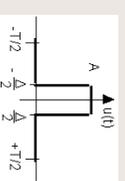
Analyse spectrale d'un signal

Principe

Etude des spectres d'amplitude et de phase d'un signal

Exemple : signal carré

$$x(t) = A \cdot \text{rect}\left(\frac{t}{\Delta}\right)$$



Intérêt

- Représentation d'une suite de bits binaires 010
- Représentation d'une impulsion pour $\Delta \rightarrow 0$

Résultat

$$X(f) = A\Delta \frac{\sin(\pi\Delta \cdot f)}{\pi\Delta \cdot f} + j \cdot 0$$

Transformée de Fourier

Sur un plan pratique

La transformée de Fourier et son inverse apportent des informations :

- **qualitatives** concernant les effets d'un système linéaire sur un signal d'entrée.

Ceci grâce à

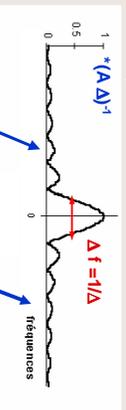
- une analyse spectrale du signal
- une analyse fréquentielle de la réponse du système linéaire (diagrammes de Bode)

- **quantitatives** par calculs d'intégrales

Analyse spectrale d'un signal

Résultat (suite)

- Spectre de phase nulle ou égale à π
- Spectre d'amplitude



Notes

- Composante à **hautes fréquences**
- Cas d'une impulsion ($\Delta \rightarrow 0$) $X(f) = A \cdot \Delta$



Analyse spectrale d'un signal

Observations

- **Les basses fréquences représentent les variations lentes** d'un signal : tendances générales, les lignes de base, sons graves (musique), traits généraux (image)
- **Les hautes fréquences représentent les variations rapides** d'un signal : sons aigus (musique), détails (image)
- Spectre d'un signal = autre manière de décrire un signal

Remarques

- Signal temporel = fonction **réelle**
 - ⇒ Composantes spectrales aux fréquences négatives
 - ⇒ Spectre de module = fonction paire
 - ⇒ Autres propriétés...

Analyse spectrale d'un signal

Autres exemples :

