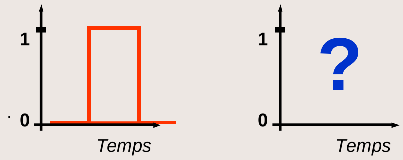
Introduction à la déformation des signaux?

Un paradoxe : réalité continue et monde numérique discontinu

- 1. Notion de régime transitoire
- 2. Réponse d'un réseau dipolaire d'ordre 1 à un échelon
- 3. Réponse d'un réseau dipolaire d'ordre 2 à un échelon
- 4. L'horloge en transmission numérique
- 5. Déformation de signal

Notion de régime transitoire

Transition 0 -> 1



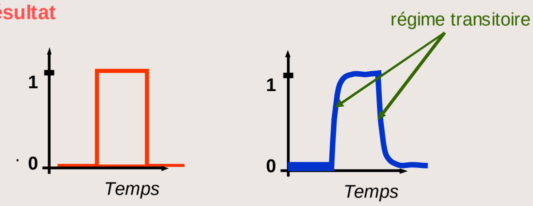
Virtuel **Réalité**

Discontinu

- Test de la main

Notion de régime transitoire

Résultat



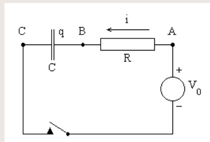
Virtuel **Réalité**

Discontinu ***Continue***

Matériel = matière = inertie

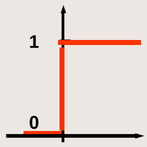
Réponse d'un réseau dipolaire d'ordre 1 à un échelon

Exemple : circuit RC



Transition 0 –> 1 = transition tension **basse** –> tension **haute**

Echelon de tension => fermeture « **instantanée** » d'un interucpteur

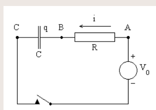


Réponse d'un réseau dipolaire d'ordre 1 à un échelon

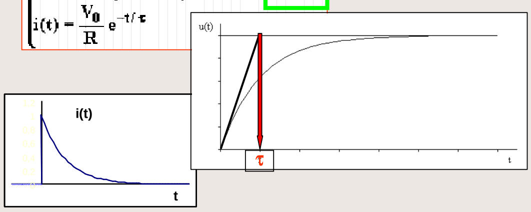
Résultat :

$t=0\text{s}, q=0\text{C}$

$$\frac{d\,q(t)}{dt}+\frac{q(t)}{RC}=\frac{V_0}{R}$$



$$\begin{cases} q(t) = C\,V_0\left(1-e^{-t/\tau}\right) \\ u(t) = V_0\left(1-e^{-t/\tau}\right) \quad \text{avec } \boxed{\tau = RC} \\ i(t) = \frac{V_0}{R}\,e^{-t/\tau} \end{cases}$$



Conditions initiales

Conclusion

– Une conséquence de l'Approximation des Régimes Quazi-Stationnaires est l'apparition de discontinuités purement « mathématiques »

– Ces discontinuités sont justifiées « physiquement » car les phénomènes de propagation sont considérés ici comme quazi-instantanés

– Dans le cadre de l'ARQS, les phénomènes d'inertie viennent essentiellement des effets inductifs et capacitifs

– En particulier, ils ne viennent pas de la masse des électrons, trous….

Conditions initiales

Conséquences

On pose les conditions initiales en indiquant que :

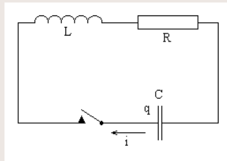
– La **charge (ou tension) d'un condensateur** est une fonction continue

– Le **courant qui traverse une bobine** est une fonction continue

(Conditions qui dérivent du formalisme de l'électrocinétique)

Réponse d'un réseau dipolaire d'ordre 2 à un échelon

Exemple : circuit RLC



t = 0 s

Condensateur chargé

q(t=0) = q0

interrupteur ouvert

i(t=0) = 0.

Décharge d'un condensateur à travers une bobine et une résistance

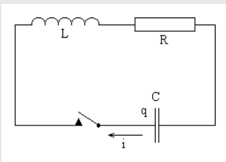
$\cong$

Lecture d'une information 1 mémorisée

Réponse d'un réseau dipolaire d'ordre 2 à un échelon

Loi des mailles + définition de i

$$\begin{cases} \dfrac{q(t)}{C} = L\,\dfrac{di(t)}{dt} + R\,i(t) \\ i(t) = -\dfrac{dq(t)}{dt} \end{cases}$$

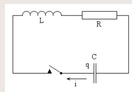


$$\boxed{L\,C\,\frac{d^2q(t)}{dt^2} + R\,C\,\frac{dq(t)}{dt} + q(t) = 0}$$

Réponse d'un réseau dipolaire d'ordre 2 à un échelon

Résolution

$$L\,C\,\frac{d^2q(t)}{dt^2} + R\,C\,\frac{dq(t)}{dt} + q(t) = 0$$



Méthode

$$L\,C\,x^2 + R\,C\,x + 1 = 0$$

Discriminant

$$\Delta = R^2\,C^2 - 4\,L\,C$$

$$\Delta = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{R = R_c = 2\sqrt{\frac{L}{C}}}$$

3 cas possibles

Réponse d'un réseau dipolaire d'ordre 2 à un échelon

1er cas : R = Rc ($\Delta = 0$)

– *Une racine double réelle* $r = \dfrac{-R_c}{2L} = -\dfrac{1}{\sqrt{LC}} = -\dfrac{1}{\tau}$ avec $\tau = \sqrt{LC}$

– *Solution générale*

$$q(t) = (\mu + \lambda\,t)\,e^{rt}$$

$$\Rightarrow \quad i(t) = -\frac{dq(t)}{dt} = -(\lambda + \mu\,r + \lambda\,r\,t)\,e^{rt}$$

2 conditions initiales :

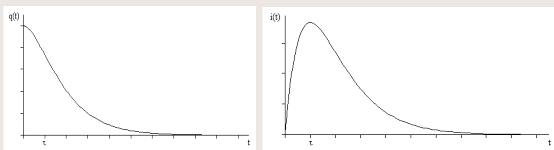
sur la fonction *et* *sur sa dérivée*

$$\begin{cases} q(t=0) = \mu = q_0 \\ i(t=0) = -(\lambda + \mu\,r) = 0 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \lambda = -\mu\,r = \frac{q_0}{\sqrt{LC}}$$

Réponse d'un réseau dipolaire d'ordre 2 à un échelon

Résultat :

$$\begin{cases} q(t) = q_0\left(1 + \dfrac{t}{\tau}\right)e^{-t/\tau} \\ i(t) = \dfrac{q_0}{\tau^2}\,t\,e^{-t/\tau} \end{cases} \quad \text{avec} \quad \boxed{\tau = \sqrt{LC}}$$



– *Le régime est dit* ***critique***

– *La charge tend* ***rapidement*** *vers 0*

– *L'intensité est* ***maximale*** *pour* $t = \tau$

Réponse d'un réseau dipolaire d'ordre 2 à un échelon

2e cas : R > Rc ($\Delta > 0$)

– deux racines réelles distinctes $r_\pm = \dfrac{-R \pm \sqrt{R^2 - R_c^2}}{2L}$

de même signe et négatives

– Solution générale

$$q(t) = \lambda_+ e^{-\alpha_+ t} + \lambda_- e^{-\alpha_- t}$$

$\alpha_+ = |r_-|$

$\alpha_- = |r_+|$

$$\Rightarrow \quad i(t) = \lambda_+ \alpha_+ e^{\alpha_+ t} + \lambda_- \alpha_- e^{\alpha_- t}$$

2 conditions initiales :

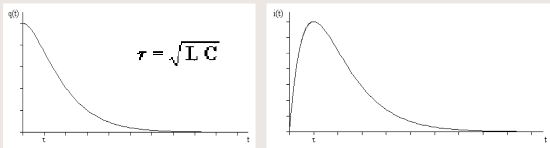
sur la fonction
et
sur sa dérivée

$$\begin{cases} q(t=0) = \lambda_+ + \lambda_- = q_0 \\ i(t=0) = \lambda_+ \alpha_+ + \lambda_- \alpha_- = 0 \end{cases}$$

Réponse d'un réseau dipolaire d'ordre 2 à un échelon

– Résultat :

$$\begin{cases} q(t) = \dfrac{q_0}{\alpha_+ - \alpha_-}\left(\alpha_+ e^{-\alpha_- t} - \alpha_- e^{-\alpha_+ t}\right) \\ i(t) = \dfrac{\alpha_+ \alpha_- q_0}{\alpha_+ - \alpha_-}\left(e^{-\alpha_- t} - e^{-\alpha_+ t}\right) \end{cases}$$



– Régime **apériodique**, similaire au régime critique, mais

– Charge tend **moins rapidement** vers 0

Valeur presque atteinte pour $t \geq 1/\alpha_- > \tau$

– Intensité **maximale** pour $t < \tau$

Réponse d'un réseau dipolaire d'ordre 2 à un échelon

3e cas : R < Rc ($\Delta < 0$)

– deux racines **complexes conjuguées** $r_\pm = \dfrac{-R \pm j\sqrt{R_c^2 - R^2}}{2L}$

Que l'on peut écrire $r_\pm = -\alpha \pm j\,\omega$

avec

$$\begin{cases} \alpha = \dfrac{R}{2L} \\ \omega = \dfrac{\sqrt{R_c^2 - R^2}}{2L} = \sqrt{\dfrac{1}{LC} - \dfrac{R^2}{4L^2}} = \sqrt{\dfrac{1}{\tau^2} - \alpha^2} \end{cases}$$

– Solution générale

$$q(t) = \lambda_+ e^{r_+ t} + \lambda_- e^{r_- t} = \lambda_+ e^{-\alpha t} e^{j\omega t} + \lambda_- e^{-\alpha t} e^{-j\omega t} = A\, e^{-\alpha t} \cos(\omega t + \varphi)$$

Réponse d'un réseau dipolaire d'ordre 2 à un échelon

2 conditions initiales :

sur la fonction
et
sur sa dérivée

$$q(t=0) = A\cos\varphi = q_0$$

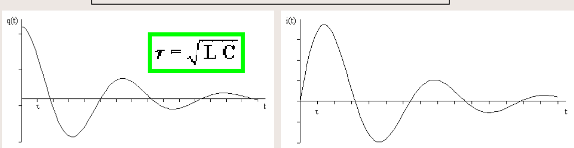
$$i(t=0) = A\,(\alpha\cos\varphi + \omega\sin\varphi) = 0$$

$$\Rightarrow \quad \tan\varphi = -\frac{\alpha}{\omega} \quad \text{et} \quad A = \frac{q_0}{\cos\varphi}$$

– **Résultat :**

$$\begin{cases} q(t) = \dfrac{q_0}{\cos\varphi}\, e^{-\alpha t} \cos(\omega t + \varphi) \\ i(t) = -\dfrac{\omega\, q_0}{\cos^2\varphi}\, e^{-\alpha t} \sin\omega t \end{cases}$$

Réponse d'un réseau dipolaire d'ordre 2 à un échelon



– Le régime transitoire est une **oscillation amortie** :

- de pulsation ω (unité : rad.s[-1])
- et donc de fréquence f (unité : Hz) telle que $\omega = 2\pi f$

– L'amortissement est atteint pour $t \geq 1/\alpha = 2L/R > \tau$

– Pour une résistance

- Grande ⇨ amortissement rapide
- Petite ⇨ oscillation <u>durable</u> de pulsation $\omega \approx 1/\tau = 1/\sqrt{LC}$ ($t \gg \tau$)
- **Régime pseudo-périodique**

L'horloge en transmission numérique

Conclusion

Même si à l'entrée d'un système, (ex: câble), nous pouvions disposer d'un signal numérique discontinu (échelon, signal carré…), l'inertie de la matière impose au signal de sortie

- une continuité
- une déformation
- et un délai de réponse qui s'ajoute au temps de propagation

Conséquences pour un réseau

Dans un réseau, qui est un ensemble complexe de modules élémentaires, il est nécessaire de :

- contrôler le transfert d'information
- synchroniser les instants de transitions

Ce rôle est pris en charge par une horloge

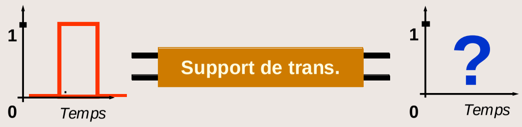
- La fréquence de l'horloge est mesurée en **Bauds**

=> Nombre de coups par seconde

Déformation de signal

Déformation de signal
- 1. Déformation d'un signal carré
- 2. Influence de la fréquence de l'horloge

Transfert en binaire



Emission **Réception**

Quel signal en réception?

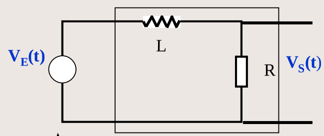
Transfert en binaire

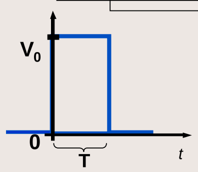
Emission **Réception**

Déformations, pertes d'amplitude…

Déformation d'un signal carré

Exemple simple : ***circuit RL***

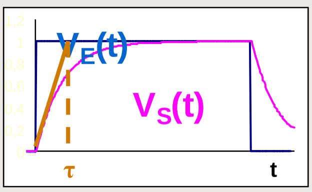




$$\tau = \frac{L}{R}$$

Déformation d'un signal carré

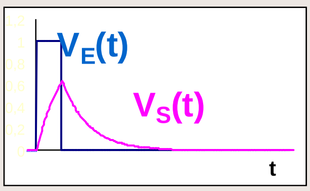
Résultat *:* ***τ / T = 1/6 => Débit faible***



- Pas de perte d'information

Déformation d'un signal carré

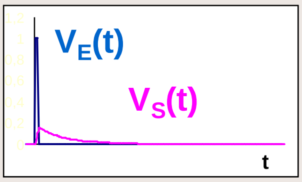
Résultat *:* ***τ / T = 1 => Débit intermédiaire***



- L'émission trop rapide d'un nouveau bit va superposer un signal de sortie
- Risque élevé de signal illisible en sortie

Déformation d'un signal carré

Résultat : τ */ T = 8 =>* ***Débit fort***



• Transmission de données impossible

Influence de la fréquence de d'horloge

Conclusion

– Les effets inductifs, capacitifs et l'effet Joule induisent une **déformation des signaux**

– La déformation est associée au **débit**

– Le débit ne peut dépasser certaines limites qui dépendent des **caractéristiques du support** de transmission

– Les améliorations technologiques visent à optimiser la résistance, la capacité et l'inductance de ces supports

– Pour cet raison, le haut débit a un **coût**

Quelques instants sur les temps

Temps **d'acheminement** de l'information

=

Temps de **propagation**

+

Délai lié à l'inertie

Exemple :

Pour 10 MBaud sur une ligne de distance d

Si d<<30 m =>Temps acheminement = Délai lié à l'inertie

Si d>>30 m =>Temps acheminement = Temps de propagation