Déformation d'un signal

10. Déformation d'un signal

- 10.1 Transformée de Fourier
- 10.2 Analyse spectrale d'un signal
- 10.3 Effet d'un filtre sur un signal
- 10.4 Des signaux carrés pour la transmission numérique de données ?

Transformée de Fourier

Postulat de base

Tout signal de nature physique peut être décomposé en une superposition de signaux sinusoïdaux

Intérêt

Réponse d'un système linéaire à un signal quelconque

• Réponse = Σ réponses du système à l'excitation de chaque composante sinusoïdale

• Notation complexe ⇨ le système d'équations différentielles se ramène à un système d'équations linéaires complexes

Question

Comment connaître cette décomposition ?

Transformée de Fourier

Transformation de Fourier

La fonction $X : f \rightarrow X(f)$

où $X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot e^{-j2\Pi ft} \cdot dt$

est la transformée de Fourier de la fonction $x : t \rightarrow x(t)$

f : fréquence [Hz] (rappel : $\omega = 2\pi f$ avec ω pulsation [rad/s])

Transformation de Fourier Inverse

La fonction $x : t \rightarrow x(t)$

où $x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(f) e^{+j2\pi ft} df$

est la transformée de Fourier inverse de la fonction $X : f \rightarrow X(f)$

Transformée de Fourier

Intérêt

• La transformée de Fourier fournit, pour n'importe quel signal, les coefficients de chacune des composantes sinusoïdales

• La transformée de Fourier inverse reconstruit le signal à partir de ces coefficients

Notes

• L'ensemble des coefficients forme le **spectre de Fourier** du signal

• Coefficients complexes => 2 informations

*Le **spectre d'amplitude** :* $\{(f, |X(f)|)\}$

*Le **spectre de phase** :* $\{(f, \arg(X(f)))\}$

• Il existe différentes conventions pour la transformée de Fourier

Transformée de Fourier

Sur un plan pratique

La transformée de Fourier et son inverse apportent des **informations :**

- ***qualitatives*** *concernant les effets d'un système linéaire sur un signal d 'entrée.*

  Ceci grâce à

  - une analyse spectrale du signal
  - une analyse fréquentielle de la réponse du système linéaire

    (*diagrammes de Bode*)

- ***quantitatives*** *par calculs d'intégrales*

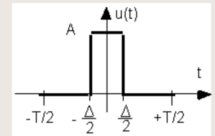
Analyse spectrale d'un signal

Principe

Etude des spectres d'amplitude et de phase d'un signal

Exemple : **signal carré**

$$x(t) = A \cdot \mathrm{rect}\left(\frac{t}{\Delta}\right)$$



Intérêt

- Représentation d'une suite d'états binaires 010
- Représentation d'une impulsion pour $\Delta \to 0$

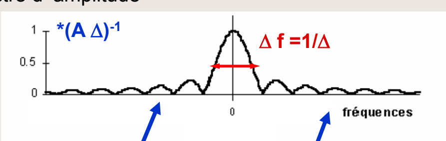
Résultat

$$X(f) = A\Delta \frac{\sin(\Pi\Delta \cdot f)}{\Pi\Delta \cdot f} + j \cdot 0$$

Analyse spectrale d'un signal

Résultat (suite)

- Spectre de phase nulle ou égale à π
- Spectre d 'amplitude

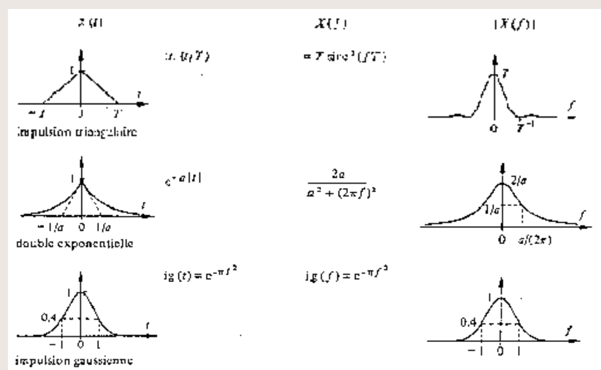


Notes

- Composante à hautes fréquences
- Cas d'une impulsion ($\Delta \to 0$) X(f) = A.Δ

Analyse spectrale d'un signal

Autres exemples :



Analyse spectrale d'un signal

Observations

- **Les basses fréquences représentent les variations lentes** d'un signal : tendances générales, les lignes de base, sons graves (musique), traits généraux (imagerie)
- **Les hautes fréquences représentent les variations rapides** d'un signal : sons aigus (musique), détails (imagerie)
- Spectre d'un signal = autre manière de décrire un signal

Remarques

- Signal temporel = fonction **réelle**
  - ⇨ Composantes spectrales aux fréquences négatives
  - ⇨ Spectre de module = fonction paire
  - ⇨ Autres propriétés...