Régime permanent sinusoïdal

Régime permanent sinusoïdal (suite)

- 6. Puissances et Grandeurs efficaces
- 7. Diagramme de Bode
- 8. Filtres principaux

Puissances et Grandeurs efficaces

Valeur moyenne

$$\langle u(t)\rangle = \frac{1}{T}\int_t^{t+T} u(t)\,dt = \frac{1}{T}\int_t^{t+T} u_{max}\cos(\omega t+\varphi)\,dt = 0$$

Valeur efficace (RMS)

$$\boxed{U = \sqrt{\langle u(t)^2\rangle} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_t^{t+T} u(t)^2 dt} = u_{max}/\sqrt{2}}$$

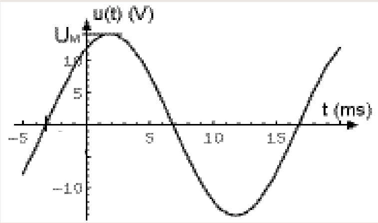
Puissances et Grandeurs efficaces

Exemple

$$u(t) = 10\sqrt{2}\sin(315.t+1)$$

$$U_M = 10\sqrt{2} = 14{,}14\ \ V$$

$$U = \frac{U_M}{\sqrt{2}} = \frac{10\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 10\ \ V$$



$$\omega = 315\ \ rad.s^{-1}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{315} = 19{,}95.10^{-3} \approx 20\ \ ms$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{20.10^{-3}} = 50\ \ Hz$$

Puissances et Grandeurs efficaces

Puissance instantanée

p(t) = u(t) . i(t)   Unité : watt (W)

$$u(t) = U\sqrt{2}\sin(\omega.t+\varphi)$$
$$i(t) = I\sqrt{2}\sin(\omega.t)$$

$$\begin{aligned} p &= ui \\ &= U\sqrt{2}\sin(\omega.t+\varphi).I\sqrt{2}\sin(\omega.t) \\ &= 2UI\sin(\omega.t+\varphi).\sin(\omega.t) \end{aligned}$$

Trigonométrie

$$p = UI\cos\varphi - UI\cos(2\omega.t+\varphi)$$

U : **valeur efficace** de la tension (V) ;

I : **valeur efficace** du courant (A) ;

φ : déphasage de u **par rapport** à i (rad).

Puissances et Grandeurs efficaces

Puissance active

La puissance active est la **moyenne** sur une **période** de la puissance instantanée

- moyenne du terme périodique = 0 Watt
- reste donc le terme constant :

$$\boxed{P = UI\cos\varphi}$$

U : valeur efficace de la tension (V) ;

I : valeur efficace du courant (A) ;

φ : déphasage de u par rapport à i (rad).

Unité : le watt (W)

Puissance apparente

$$P = U \cdot I$$

Unité : **Voltampère (VA)**

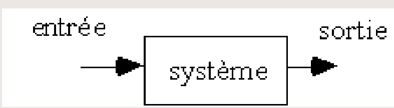
Puissances et Grandeurs efficaces

Théorème de Boucherot

La puissance **active** absorbée par un groupement de dipôles est égale à la **somme** des puissances **actives** absorbées par chaque élément du groupement.

Diagramme de Bode

Gain d'un système



$$\boxed{\text{Gain} = \frac{\text{grandeur de sortie}}{\text{grandeur d'entrée}}}$$

Type de grandeur d'entrée et sortie :

Signal électrique, sonore, électromagnétique, mécanique…

Echelle de valeurs des gains : Très large

- G < 1 ex : $G = 10^{-10}$ (atténuation)
- G > 1 ex : $G = 10^{+10}$ (amplification)

Diagramme de Bode

Echelle logarithmique

Plutôt que de s'intéresser à une grandeur Y **positive**, on s'intéresse au **logarithme** (généralement base 10) de sa valeur :

$$\log_{10}(Y)$$

Intérêts :

- Transforme une **opération de multiplication** (respectivement division) en une **opération d'addition** (respectivement soustraction)

$$\log_{10}(XY) = \log_{10}(X) + \log_{10}(Y)$$
$$\log_{10}(X/Y) = \log_{10}(X) - \log_{10}(Y)$$

- Permet de représenter les variations d'une grandeur :
  - ✓sur une **large gamme** de valeurs
  - ✓avec une **précision relative identique**

Diagramme de Bode

Echelle des décibels

- utilisée dans de nombreux domaines
  ex : unité de mesure du son
- s'appuie sur l'échelle logarithmique

Gain en puissance d'un système

$$\text{Gain (décibel)} = 10 \cdot \text{Log}\left(\frac{P_{out}}{P_{in}}\right) \quad \text{:Gain en puissance}$$

P_{in} : puissance d'entrée (W)

P_{out} : puissance de sortie (W)

Diagramme de Bode

Gain en tension et courant

En électrocinétique, les puissances sont généralement reliées au carré des valeurs de tension ou de courant

$$P = \frac{U^2}{Z}\cos(\varphi) = ZI^2\cos(\varphi)$$

Si de plus, on mesure la puissance d'entrée et de sortie en se référant à la puissance d'échauffement dissipée par une résistance

$$\log_{10}\left(\frac{P_{out}}{P_{in}}\right) = \log_{10}\left(\frac{U_{out}^2}{U_{in}^2}\right) = 2\log_{10}\left(\frac{U_{out}}{U_{in}}\right)$$

Il est alors intéressant de définir le **gain en tension ou courant** en décibel par:

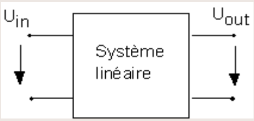
$$\text{Gain (dB)} = 20 \cdot \text{Log}\left(\frac{U_{out}}{U_{in}}\right) \quad \text{: Gain en tension}$$

U_{in} : tension d'entrée (V)

U_{out} : tension de sortie (V)

Diagramme de Bode

Caractéristiques d'un quadripôle



Notation Réelle

Tension d'entrée :

$U_{in}(t) = U_{in} \cdot \sin(\omega \cdot t)$ (V)

Tension de sortie :

$U_{out}(t) = U_{out} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$ (V)

ω : pulsation de travail (s^{-1}), (rad/sec)

φ : déphasage entrée – sortie (–) , (rad)

$\frac{U_{out}}{U_{in}}$: gain en amplitude (–)

Notation complexe

entrée : $\underline{U}_i$ sortie : $\underline{U}_o$

$\underline{G} = \frac{\underline{U}_o}{\underline{U}_i}$: gain complexe

$|\underline{G}|$ = gain en amplitude

$\text{Arg}(\underline{G})$ = déphasage

Diagramme de Bode

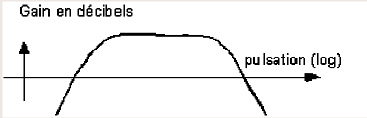
Diagramme de Bode

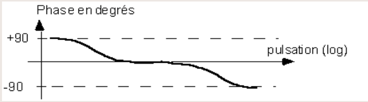
Représentation graphique

- du gain en **décibel**
- de la phase en **radian** (ou degré)

en fonction

- de la fréquence (ou pulsation) en **échelle logarithmique**





Exemple

- diagramme de Bode en **amplitude**
- diagramme de Bode en **phase**

Filtres principaux

Notion de filtre

La réponse des systèmes linéaires à un signal sinusoïdal d'entrée est généralement marquée par une l'atténuation du signal pour certaines fréquences et/ou par une amplification pour d'autres fréquences. Cette caractéristique leur confère une connotation de filtre

Bande passante

Une bande passante correspond à une zone de fréquences où le gain est relativement important au regard du gain obtenu à d'autres fréquences

Largeur de Bande passante

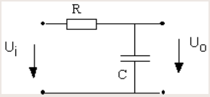
Pour définir la largeur d'une bande passante, il est d'usage de de se fixer un critère de chute de gain.

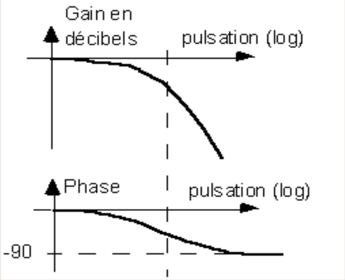
Bande passante à 3 dB : *Région en fréquence délimitée par une chute de gain inférieure à 3 dB*

Filtres principaux

Filtre passe-bas

Ex : circuit RC passe-bas





Gain complexe :

$$\underline{G} = \frac{\underline{Z}_C}{\underline{Z}_C + \underline{Z}_R}\ ;\ \underline{G}(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega\tau}$$

$\underline{Z}_C$, $\underline{Z}_R$: impédances de C et R (Ω)

$\tau = R \cdot C$: constante de temps (s)

$\omega_c = \frac{1}{\tau}$: pulsation de coupure (s^{-1})

Gain en amplitude :

$$\left|\underline{G}\right| = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 \cdot \tau^2}}\ (-)$$

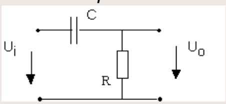
Déphasage introduit :

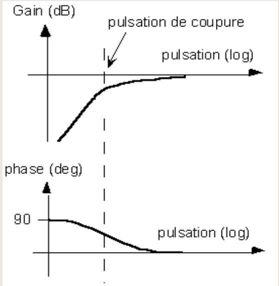
$$\mathrm{Arg}(\underline{G}) = -\mathrm{arctg}(\omega \cdot \tau)\ (\mathrm{rad})$$

Filtres principaux

Filtre passe-haut

Ex : circuit RC passe-haut





Gain complexe :

$$\underline{G} = \frac{\underline{Z}_R}{\underline{Z}_C + \underline{Z}_R} = \underline{G}(j\omega) = \frac{j\omega\tau}{1 + j\omega\tau}$$

$\underline{Z}_C, \underline{Z}_R$: impédances de C et R (Ω)

$\tau = R \cdot C$: constante de temps (s)

$\omega_c = \frac{1}{\tau}$: pulsation de coupure (s^{-1})

Gain en amplitude :

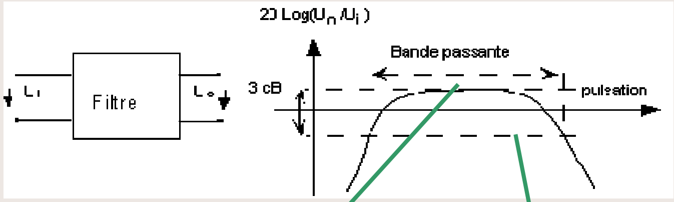
$$\left|\underline{G}\right| = \frac{\omega\tau}{\sqrt{1 + \omega^2 \cdot \tau^2}}\ (-)$$

Déphasage :

$$\mathrm{Arg}(\underline{G}) = \frac{\Pi}{2} - \mathrm{arctg}(\omega \cdot \tau)(\mathrm{rad})$$

Filtres principaux

Filtre passe-bande



Bande passante à 3 dB :

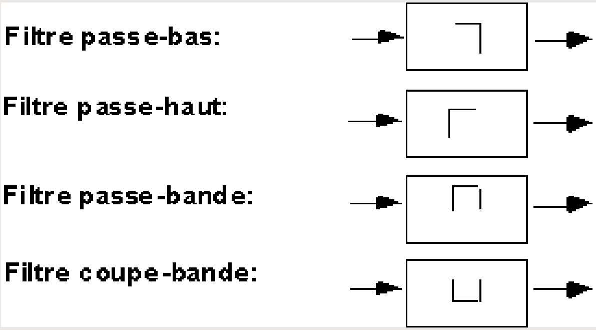
$$G_{max}[dB] - 3dB = G(\omega)[dB]$$

$$\left(-3dB = 20\log_{10}\frac{G(\omega)}{G_{max}}\right)$$

$$\boxed{G(\omega) \approx G_{max}/\sqrt{2}}$$

Filtres principaux

Les 4 filtres principaux



Filtres principaux

Avantages de la fonction filtre

Permet de remplir de nombreux fonctions :

- Sélection de fréquences
- Réduction du bruit de fond
- Lissage
- Polarisation simple des transistors (modules d'amplification)
- ….

Désagréments

La fonction de filtrage est également très souvent non voulue

Elle peut conduire

- à des pertes de puissance
- à une limitation des performances (en particulier en vitesse)
- à la déformation de signaux temporelles