

Régime permanent sinusoïdal

Régime permanent sinusoïdal (suite)

- 6. Puissances et Grandeurs efficaces
- 7. Diagramme de Bode
- 8. Filtres principaux

Puissances et Grandeurs efficaces

Valeur moyenne

$$\langle u(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} u(t) dt = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} u_{\max} \cos(\omega t + \varphi) dt = 0$$

Valeur efficace (RMS)

$$U = \sqrt{\langle u(t)^2 \rangle} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_t^{t+T} u(t)^2 dt} = u_{\max} / \sqrt{2}$$

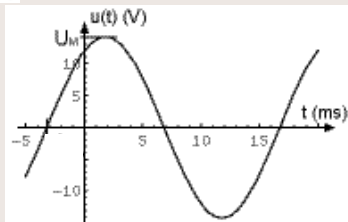
Puissances et Grandeurs efficaces

Exemple

$$u(t) = 10\sqrt{2} \sin(315.t + 1)$$

$$U_M = 10\sqrt{2} = 14,14 \text{ V}$$

$$U = \frac{U_M}{\sqrt{2}} = \frac{10\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 10 \text{ V}$$



$$\omega = 315 \text{ rad.s}^{-1}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{315} = 19,95.10^{-3} \approx 20 \text{ ms}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{20.10^{-3}} = 50 \text{ Hz}$$

Puissances et Grandeurs efficaces

Puissance instantanée

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) \text{ Unité : watt (W)}$$

$$u(t) = U\sqrt{2} \sin(\omega.t + \varphi)$$

$$i(t) = I\sqrt{2} \sin(\omega.t)$$

$$p = ui$$

$$= U\sqrt{2} \sin(\omega.t + \varphi) \cdot I\sqrt{2} \sin(\omega.t)$$

$$= 2UI \sin(\omega.t + \varphi) \cdot \sin(\omega.t)$$

Trigonométrie

$$p = UI \cos\varphi - UI \cos(2\omega.t + \varphi)$$

U : valeur efficace de la tension (V) ;

I : valeur efficace du courant (A) ;

φ : déphasage de u par rapport à i (rad).

Puissances et Grandeurs efficaces

Puissance active

La puissance active est la **moyenne** sur une **période** de la puissance instantanée

- moyenne du terme périodique = 0 Watt
- reste donc le terme constant :

$$P = UI \cos\varphi$$

U : valeur efficace de la tension (V) ;

I : valeur efficace du courant (A) ;

φ : déphasage de u par rapport à i (rad).

Unité : le watt (W)

Puissance apparente

$$P = U \cdot I$$

Unité : **Voltampère (VA)**

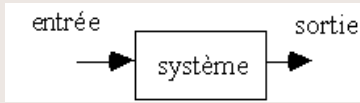
Puissances et Grandeurs efficaces

Théorème de Boucherot

La puissance **active** absorbée par un groupement de dipôles est égale à la **somme** des puissances **actives** absorbées chaque élément du groupement.

Diagramme de Bode

Gain d'un système



$$\text{Gain} = \frac{\text{grandeur de sortie}}{\text{grandeur d'entrée}}$$

Type de grandeur d'entrée et sortie :

Signal électrique, sonore, électromagnétique, mécanique...

Echelle de valeurs des gains : Très large

- $G < 1$ ex : $G = 10^{-10}$ (atténuation)
- $G > 1$ ex : $G = 10^{+10}$ (amplification)

Diagramme de Bode

Echelle logarithmique

Plutôt que de s'intéresser à une grandeur Y **positive**, s'intéresse au **logarithme** (généralement base 10) de sa valeur

$$\log_{10}(Y)$$

Intérêts :

- Transforme une **opération de multiplication** (respectivement division) en une **opération d'addition** (respectivement soustraction)

$$\log_{10}(XY) = \log_{10}(X) + \log_{10}(Y)$$

$$\log_{10}(X/Y) = \log_{10}(X) - \log_{10}(Y)$$

- Permet de représenter les variations d'une grandeur :
 - ✓ sur une **large gamme** de valeurs
 - ✓ avec une **précision relative identique**

Diagramme de Bode

Echelle des décibels

- utilisée dans de nombreux domaines
ex : unité de mesure du son
- s'appuie sur l'échelle logarithmique

Gain en puissance d'un système

$$\text{Gain (décibel)} = 10 \cdot \text{Log} \left(\frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}} \right) : \text{Gain en puissance}$$

P_{in} : puissance d'entrée (W)

P_{out} : puissance de sortie (W)

Diagramme de Bode

Gain en tension et courant

En électrocinétique, les puissances sont généralement reliées carré des valeurs de tension ou de courant

$$P = \frac{U^2}{Z} \cos(\varphi) = Z I^2 \cos(\varphi)$$

Si de plus, on mesure la puissance d'entrée et de sortie en référant à la puissance d'échauffement dissipée par une résistance

$$\log_{10} \left(\frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}} \right) = \log_{10} \left(\frac{U_{\text{out}}^2}{U_{\text{in}}^2} \right) = 2 \log_{10} \left(\frac{U_{\text{out}}}{U_{\text{in}}} \right)$$

Il est alors intéressant de définir le **gain en tension ou courant** décibel par :

$$\text{Gain (dB)} = 20 \cdot \text{Log} \left(\frac{U_{\text{out}}}{U_{\text{in}}} \right) : \text{Gain en tension}$$

U_{in} : tension d'entrée (V)

U_{out} : tension de sortie (V)

Diagramme de Bode

Caractéristiques d'un quadripôle

Notation Réelle

Tension d'entrée:

$$U_{\text{in}}(t) = U_{\text{in}} \cdot \sin(\omega \cdot t) \text{ (V)}$$

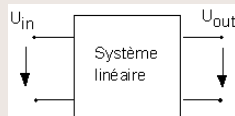
Tension de sortie:

$$U_{\text{out}}(t) = U_{\text{out}} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) \text{ (V)}$$

ω : pulsation de travail (s^{-1}), (rad/sec)

φ : **déphasage entrée-sortie** (-), (rad)

$\frac{U_{\text{out}}}{U_{\text{in}}}$: **gain en amplitude** (-)



Notation complexe

entrée : \underline{U}_i sortie : \underline{U}_o

$$\underline{G} = \frac{\underline{U}_o}{\underline{U}_i} : \text{gain complexe}$$

$|\underline{G}|$ = gain en amplitude

$\text{Arg}(\underline{G})$ = déphasage

Diagramme de Bode

Diagramme de Bode

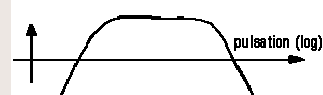
Représentation graphique

- du gain en **décibel**
- de la phase en **radian** (ou degré)

en fonction

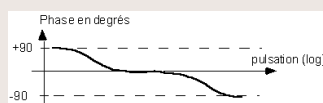
- de la fréquence (ou pulsation) en **échelle logarithmique**

Gain en décibels



Exemple

- diagramme de Bode en **amp**



- diagramme de Bode en **phas**

Filtres principaux

Notion de filtre

La réponse des systèmes linéaires à un signal sinusoïdal d'entrée est généralement marquée par une atténuation du signal pour certaines fréquences et/ou par une amplification pour d'autres fréquences. Cette caractéristique leur confère une connotation de filtre

Bande passante

Une bande passante correspond à une zone de fréquences où le gain est relativement important au regard du gain obtenu à d'autres fréquences

Largeur de Bande passante

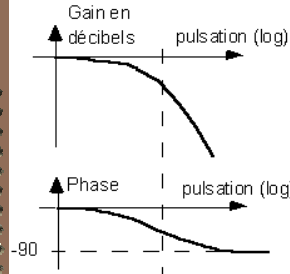
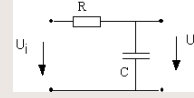
Pour définir la largeur d'une bande passante, il est d'usage de se fixer un critère de chute de gain.

Bande passante à 3 dB : Région en fréquence délimitée par une chute de gain inférieure à 3 dB

Filtres principaux

Filtre passe-bas

Ex : circuit RC passe-bas



Gain complexe:

$$\underline{G} = \frac{Z_C}{Z_C + Z_R}; \underline{G}(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega\tau}$$

Z_C, Z_R : impédances de C et R

$\tau = R \cdot C$: constante de temps (s)

$\omega_c = \frac{1}{\tau}$: pulsation de coupure (s^{-1})

Gain en amplitude :

$$|\underline{G}| = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 \cdot \tau^2}} \quad (-)$$

Déphasage introduit :

$$\text{Arg}(\underline{G}) = -\arctg(\omega \cdot \tau) \text{ (rad)}$$

Filtres principaux

Filtre passe-haut

Ex : circuit RC passe-haut

Gain complexe:

$$\underline{G} = \frac{Z_R}{Z_C + Z_R} = \underline{G}(j\omega) = \frac{j\omega\tau}{1 + j\omega\tau}$$

Z_C, Z_R : impédances de C et R (Ω)

$\tau = R \cdot C$: constante de temps (s)

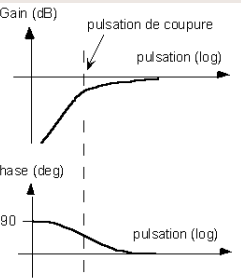
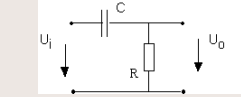
$\omega_c = \frac{1}{\tau}$: pulsation de coupure (s^{-1})

Gain en amplitude :

$$|\underline{G}| = \frac{\omega\tau}{\sqrt{1 + \omega^2 \cdot \tau^2}} \quad (-)$$

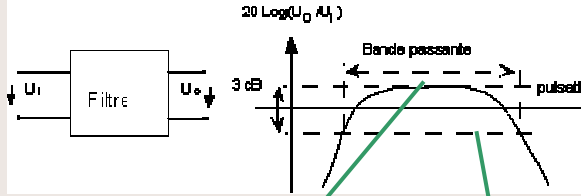
Déphasage :

$$\text{Arg}(\underline{G}) = \frac{\pi}{2} - \arctg(\omega \cdot \tau) \text{ (rad)}$$



Filtres principaux

Filtre passe-bande



Bande passante à 3 dB :

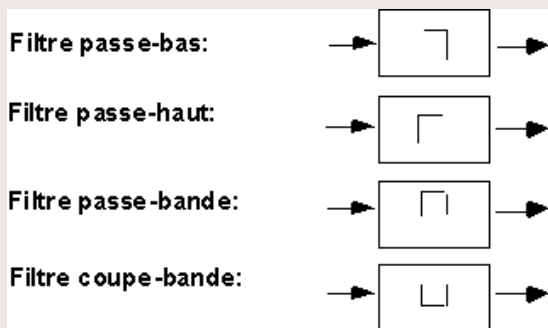
$$G_{\max}[\text{dB}] - 3\text{dB} = G(\omega)[\text{dB}]$$

$$(-3\text{dB} = 20\log_{10} \frac{G(\omega)}{G_{\max}})$$

$$G(\omega) \approx \frac{G_{\max}}{\sqrt{2}}$$

Filtres principaux

Les 4 filtres principaux



Filtres principaux

Avantages de la fonction filtre

Permet de remplir de nombreuses fonctions :

- Sélection de fréquences
- Réduction du bruit de fond
- Lissage
- Polarisation simple des transistors (modules d'amplification)
- ...

Désagréments

La fonction de filtrage est également très souvent non voulue. Elle peut conduire

- à des pertes de puissance
- à une limitation des performances (en particulier en vitesse)
- à la déformation de signaux temporels