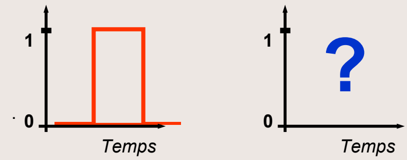
Introduction à la déformation des signaux?

Un paradoxe : réalité continue et monde numérique discontinu

- 1. Notion de régime transitoire
- 2. Réponse d'un réseau dipolaire d'ordre 1 à un échelon
- 3. Réponse d'un réseau dipolaire d'ordre 2 à un échelon
- 4. L'horloge en transmission numérique
- 5. Déformation de signal

Notion de régime transitoire

Transition 0 -> 1

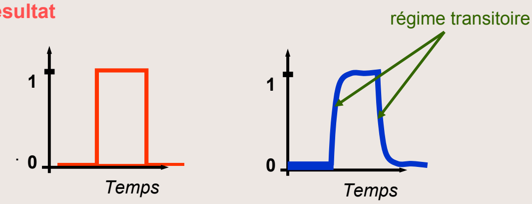


Virtuel *Discontinu* — **Réalité**

- Test de la main

Notion de régime transitoire

Résultat

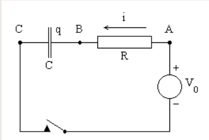


Virtuel *Discontinu* — **Réalité** *Continue*

Matériel = matière = inertie

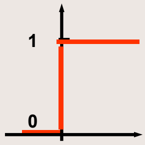
Réponse d'un réseau dipolaire d'ordre 1 à un échelon

Exemple : circuit RC



Transition 0 –> 1 = transition tension **basse** –> tension **haute**

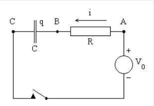
Echelon de tension => fermeture « **instantanée** » d'un interucpteur



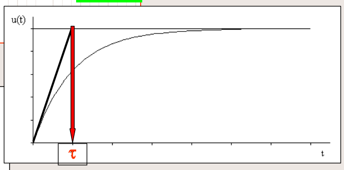
Réponse d'un réseau dipolaire d'ordre 1 à un échelon

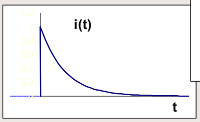
Résultat :

$$t = 0\,s, q = 0\,C \qquad \frac{d\,q(t)}{dt} + \frac{q(t)}{R\,C} = \frac{V_0}{R}$$



$$\begin{cases} q(t) = C\,V_0\left(1 - e^{-t/\tau}\right) \\ u(t) = V_0\left(1 - e^{-t/\tau}\right) \quad \text{avec} \quad \boxed{\tau = RC} \\ i(t) = \dfrac{V_0}{R}\,e^{-t/\tau} \end{cases}$$





Conditions initiales

Conclusion

– Une conséquence de l'Approximation des Régimes Quaz Stationnaires est l'apparition de discontinuités purement mathématiques »

– Ces discontinuités sont justifiées « physiquement » car le phénomènes de propagation sont considérés ici comme quaz instantanés

– Dans le cadre de l'ARQS, les phénomènes d'inertie vienner essentiellement des effets inductifs et capacitifs

– En particulier, ils ne viennent pas de la masse des électrons trous….

Conditions initiales

Conséquences

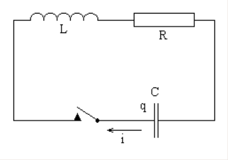
On pose les conditions initiales en indiquant que :

- La **charge (ou tension) d'un condensateur** est une fonction continue
- Le **courant qui traverse une bobine** est une fonction continue

(Conditions qui dérivent du formalisme de l'électrocinétique)

Réponse d'un réseau dipolaire d'ordre 2 à un échelon

Exemple : circuit RLC



t = 0 s

Condensateur chargé

q(t=0) = q0

interrupteur ouvert

i(t=0) = 0.

Décharge d'un condensateur à travers une bobine et une résistance

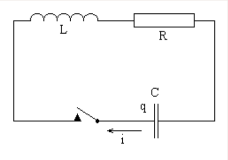
≅

Lecture d'une information 1 mémorisée

Réponse d'un réseau dipolaire d'ordre 2 à un échelon

Loi des mailles + définition de i

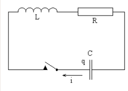
$$\begin{cases} \dfrac{q(t)}{C} = L\,\dfrac{d\,i(t)}{dt} + R\,i(t) \\ i(t) = -\dfrac{d\,q(t)}{dt} \end{cases}$$



$$\boxed{L\,C\,\frac{d^2 q(t)}{dt^2} + R\,C\,\frac{d\,q(t)}{dt} + q(t) = 0}$$

Réponse d'un réseau dipolaire d'ordre 2 à un échelon

Résolution



$$L\,C\,\frac{d^2 q(t)}{dt^2} + R\,C\,\frac{d\,q(t)}{dt} + q(t) = 0$$

Méthode

$$L\,C\,x^2 + R\,C\,x + 1 = 0$$

Discriminant

$$\Delta = R^2 C^2 - 4\,L\,C$$

$$\Delta = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{R = R_c = \sqrt{\frac{L}{C}}}$$

3 cas possibles

Réponse d'un réseau dipolaire d'ordre 2 à un échelon

1er cas : R = Rc ($\Delta = 0$)

- *Une racine double réelle* $r = \dfrac{-R_c}{2\,L} = -\dfrac{1}{\sqrt{L\,C}} = -\dfrac{1}{\tau}$ avec $\tau = \sqrt{L\,C}$
- *Solution générale*

$$q(t) = (\mu + \lambda\,t)\,e^{r\,t}$$

$$\Rightarrow \quad i(t) = -\frac{d\,q(t)}{dt} = -(\lambda + \mu\,r + \lambda\,r\,t)\,e^{r\,t}$$

2 conditions initiales :

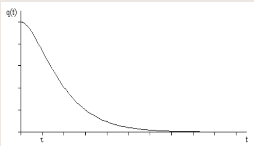
sur la fonction et sur sa dérivée

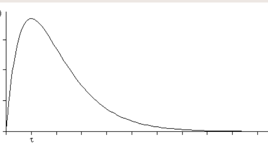
$$\begin{cases} q(t=0) = \mu = q_0 \\ i(t=0) = -(\lambda + \mu\,r) = 0 \quad \Rightarrow \quad \lambda = -\mu\,r = \dfrac{q_0}{\sqrt{L\,C}} \end{cases}$$

Réponse d'un réseau dipolaire d'ordre 2 à un échelon

Résultat :

$$\begin{cases} q(t) = q_0\left(1 + \dfrac{t}{\tau}\right) e^{-t/\tau} \\ i(t) = \dfrac{q_0}{\tau^2}\,t\,e^{-t/\tau} \end{cases} \quad \text{avec} \quad \boxed{\tau = \sqrt{L\,C}}$$





- *Le régime est dit **critique***
- *La charge tend **rapidement** vers 0*
- *L'intensité est **maximale** pour t =* τ

Réponse d'un réseau dipolaire d'ordre 2 à un échelon

<u>2e cas : R > Rc</u> ($\Delta > 0$)

– *deux racines réelles distinctes* $\quad r_{\pm} = \dfrac{-R \pm \sqrt{R^2 - R_c^2}}{2L}$

de même signe et négatives

– *Solution générale*

$$q(t) = \lambda_+ e^{-\alpha_+ t} + \lambda_- e^{-\alpha_- t}$$

$$\alpha_+ = |r_-| \qquad \alpha_- = |r_+|$$

$$\Rightarrow \quad i(t) = \lambda_+ \alpha_+ e^{-\alpha_+ t} + \lambda_- \alpha_- e^{-\alpha_- t}$$

2 conditions initiales :

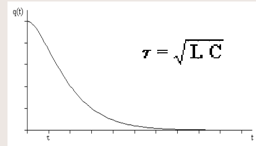
sur la fonction et sur sa dérivée

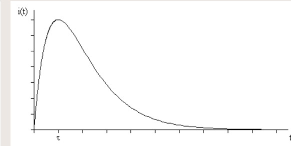
$$\begin{cases} q(t=0) = \lambda_+ + \lambda_- = q_0 \\ i(t=0) = \lambda_+ \alpha_+ + \lambda_- \alpha_- = 0 \end{cases}$$

Réponse d'un réseau dipolaire d'ordre 2 à un échelon

– *Résultat :*

$$\begin{cases} q(t) = \dfrac{q_0}{\alpha_+ - \alpha_-}\left(\alpha_+ e^{-\alpha_- t} - \alpha_- e^{-\alpha_+ t}\right) \\ i(t) = \dfrac{\alpha_+ \alpha_- q_0}{\alpha_+ - \alpha_-}\left(e^{-\alpha_- t} - e^{-\alpha_+ t}\right) \end{cases}$$





– *Régime* ***apériodique****, similaire au régime critique, mais*

– *Charge tend* ***moins rapidement*** *vers 0*

Valeur presque atteinte pour $t \geq \frac{1}{\alpha_-} > \tau$

– *Intensité* ***maximale*** *pour* $t < \tau$

Réponse d'un réseau dipolaire d'ordre 2 à un échelon

<u>3e cas : R < Rc</u> ($\Delta < 0$)

– *deux racines* ***complexes conjuguées*** $\quad r_{\pm} = \dfrac{-R \pm j\sqrt{R_c^2 - R^2}}{2L}$

Que l'on peut écrire $\quad r_{\pm} = -\alpha \pm j\,\omega$

avec

$$\begin{cases} \alpha = \dfrac{R}{2L} \\ \omega = \dfrac{\sqrt{R_c^2 - R^2}}{2L} = \sqrt{\dfrac{1}{LC} - \dfrac{R^2}{4L^2}} = \sqrt{\dfrac{1}{\tau^2} - \alpha^2} \end{cases}$$

– *Solution générale*

$$q(t) = \lambda_+ e^{r_+ t} + \lambda_- e^{r_- t} = \lambda_+ e^{-\alpha t} e^{j\omega t} + \lambda_- e^{-\alpha t} e^{-j\omega t} = A\, e^{-\alpha t} \cos(\omega t + \varphi)$$

Réponse d'un réseau dipolaire d'ordre 2 à un échelon

2 conditions initiales :

sur la fonction et sur sa dérivée

$$q(t=0) = A \cos\varphi = q_0$$

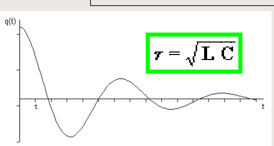
$$i(t=0) = A\,(\alpha \cos\varphi + \omega \sin\varphi) = 0$$

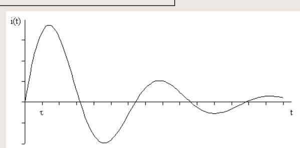
$$\Rightarrow \quad \tan\varphi = -\frac{\alpha}{\omega} \quad \text{et} \quad A = \frac{q_0}{\cos\varphi}$$

– ***Résultat :***

$$\begin{cases} q(t) = \dfrac{q_0}{\cos\varphi} e^{-\alpha t} \cos(\omega t + \varphi) \\ i(t) = \dfrac{\omega\, q_0}{\cos^2\varphi} e^{-\alpha t} \sin\omega t \end{cases}$$

Réponse d'un réseau dipolaire d'ordre 2 à un échelon





– *Le régime transitoire est une* ***oscillation amortie*** *:*

- *de pulsation* ω *(unité : rad.s*$^{-1}$*)*
- *et donc de fréquence f (unité : Hz) telle que* $\omega = 2\pi f$

– *L'amortissement est atteint pour* $\quad t \geq \frac{1}{\alpha} = \frac{2L}{R} > \tau$

– *Pour une résistance*

- *Grande* ⇨ *amortissement rapide*
- *Petite* ⇨ *oscillation <u>durable</u> de pulsation* $\quad \omega \approx 1/\tau = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

  $t >> \tau$
- ***Régime pseudo-périodique***

L'horloge en transmission numérique

Conclusion

Même si à l'entrée d'un module électronique, (par exemple u câble), nous pouvions disposer d'un signal discontinu (échelon signal carré…), l'inertie de la matière impose une continuité a signal de sortie et un délai de réponse pour ce module

Conséquences pour un réseau

Dans un réseau, qui est un ensemble complexe de module élémentaires, il faut que chaque module dit « récepteur » attend que les signaux, arrivant à ses entrées, soient stabilisés

Le temps d'attente est fixé par une horloge

- *La fréquence de l'horloge est mesurée en* ***Bauds***

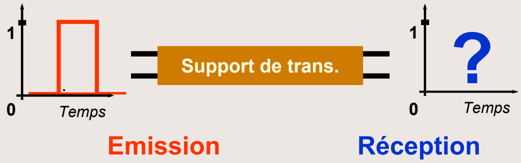
=> Nombre de coups par seconde

Déformation de signal

Déformation de signal

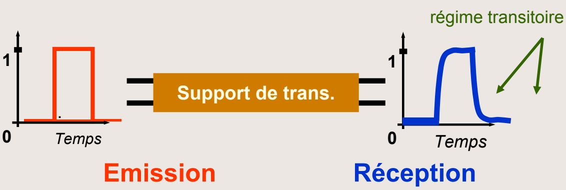
- 1. Déformation d'un signal carré
- 2. Influence de la fréquence de l'horloge

Transfert en binaire



Quel signal en réception?

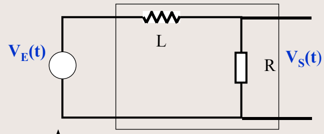
Transfert en binaire

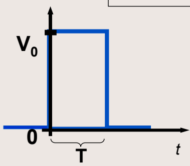


Déformations, pertes d'amplitude…

Déformation d'un signal carré

Exemple simple : ***circuit RL***

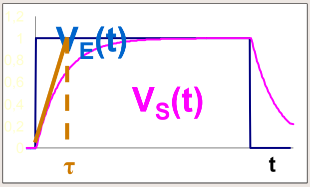




$$\tau = \frac{L}{R}$$

Déformation d'un signal carré

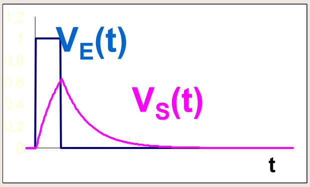
Résultat : ***τ / T = 1/6 => Débit faible***



- Pas de perte d'information

Déformation d'un signal carré

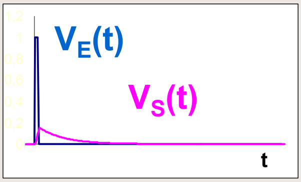
Résultat : ***τ / T = 1 => Débit intermédiaire***



- L'émission trop rapide d'un nouveau bit va superposer un signal de sortie
- Risque élevé de signal illisible en sortie

Déformation d'un signal carré

Résultat : ***τ / T = 8 => Débit fort***



- Transmission de données impossible

Influence de la fréquence de d'horloge

Conclusion

– Les effets inductifs, capacitifs et l'effet Joule induisent un **déformation des signaux**

– La déformation est associée au **débit**

– Le débit ne peut dépasser certaines limites qui dépendent de **caractéristiques du support** de transmission

– Les améliorations technologiques visent à réduire la résistance, l capacité et l'inductance de ces supports

– Pour cet raison, le haut débit a un **coût**

Quelques instants sur les temps

Temps **d'acheminement** de l'information

=

Temps de **propagation**

+

Délai lié à l'inertie

Exemple :

Pour 10 MBaud sur une ligne de distance d

Si d<<30 m =>Temps acheminement = Délai lié à l'inertie

Si d>>30 m =>Temps acheminement = Temps de propagation