

# **VI CHAMP, INDUCTION MAGNÉTIQUES**

## **VI.1 INTRODUCTION**

## **VI.2 Vecteurs élémentaires dans le vide**

## **VI.3 Calcul direct de champ du à des distribution de courants ; Exemple**

## **VI.4 Vecteur induction et force magnétiques dans le vide**

## **VI.5 Champ et induction dans un milieu quelconque**

## **VI.6 Aimantation**

## VI.1 Introduction

*Dans la vie courante, on sait par expérience qu'il existe d'autres manifestations de forces que celles d'origine électrostatique ou gravitationnelle :*

*Action des aimants (constitués de métaux), boussole (déviations près d'un circuit électrique...).*

Comme en électrostatique (E), on va introduire une grandeur vectorielle, vecteurs H, champ « magnétique » pour caractériser le facteur agissant en un point M(x,y,z) d'un milieu (ou dans le vide), à l'origine de ces forces magnétiques  $F_{\text{magn}}$ .

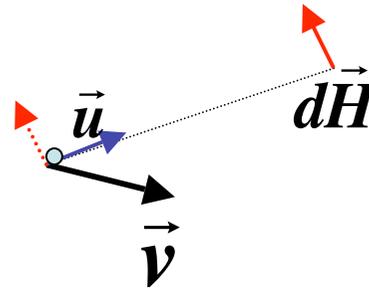
Contrairement à l'électro « statique », ces grandeurs magnétiques, H et  $F_{\text{mag}}$  sont reliées à des déplacements de charges électriques ou à des courants.

Ainsi un champ H sera sans action sur une charge immobile.

## VI.2 Vecteurs élémentaires

### (a) Vecteur champ magnétique

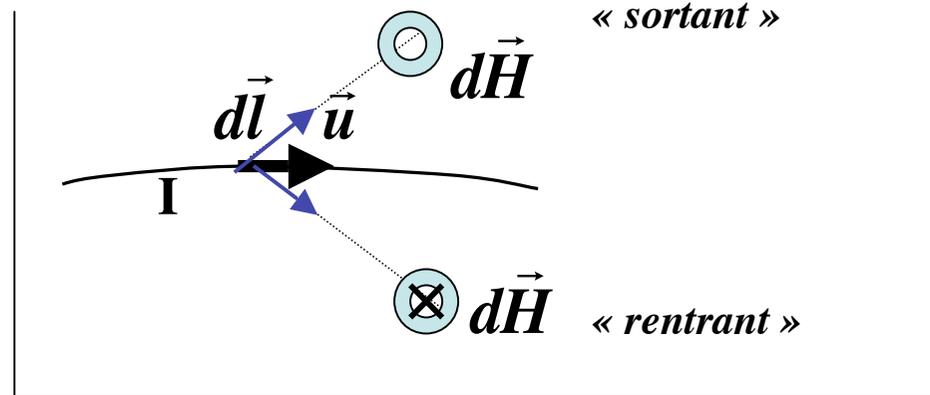
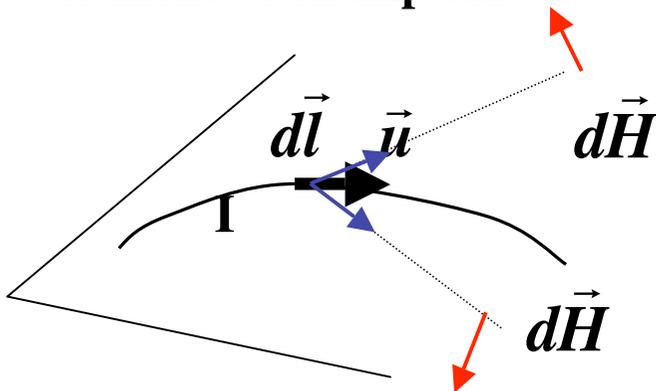
Une charge  $q$  animée d'un mouvement avec une vitesse  $v$  crée  $d\vec{H}$ :



$$d\vec{H} = \frac{q\vec{v} \wedge \vec{u}}{4\pi r^2}$$

*Champ magnétique élémentaire*

Un élément  $d\vec{l}$  d'un fil parcouru par un courant  $I$  crée un élément de champ  $d\vec{H}$ :



**Rappel:**

Le produit vectoriel de deux vecteurs  $(A,B)$  est un vecteur  $(C)$  perpendiculaire aux deux vecteurs et orienté dans le sens « direct ».

Son module est:  $|\vec{C}| = |\vec{A} \wedge \vec{B}| = |\vec{A}||\vec{B}|\sin(\vec{A},\vec{B})$

$$d\vec{H} = \frac{I d\vec{l} \wedge \vec{u}}{4\pi r^2}$$

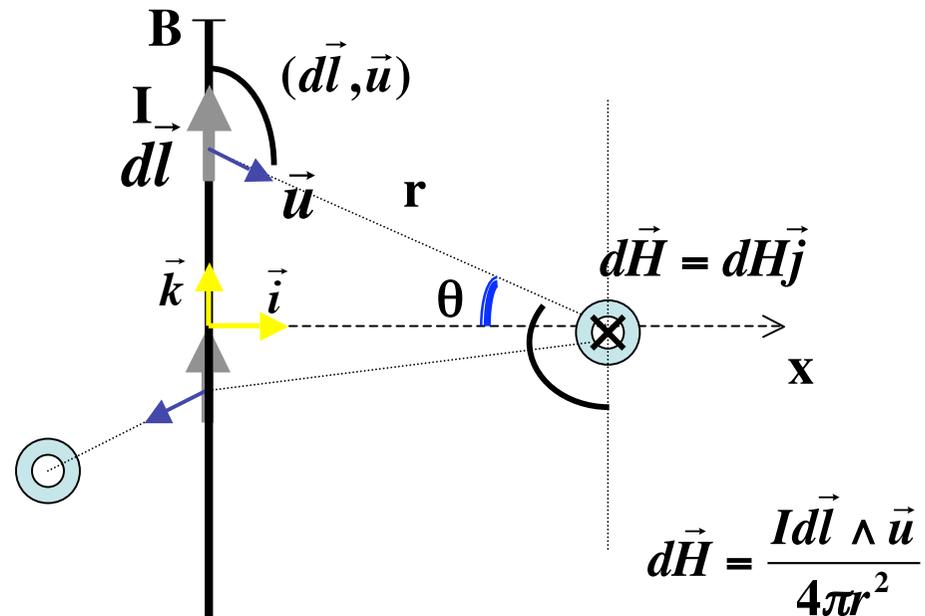
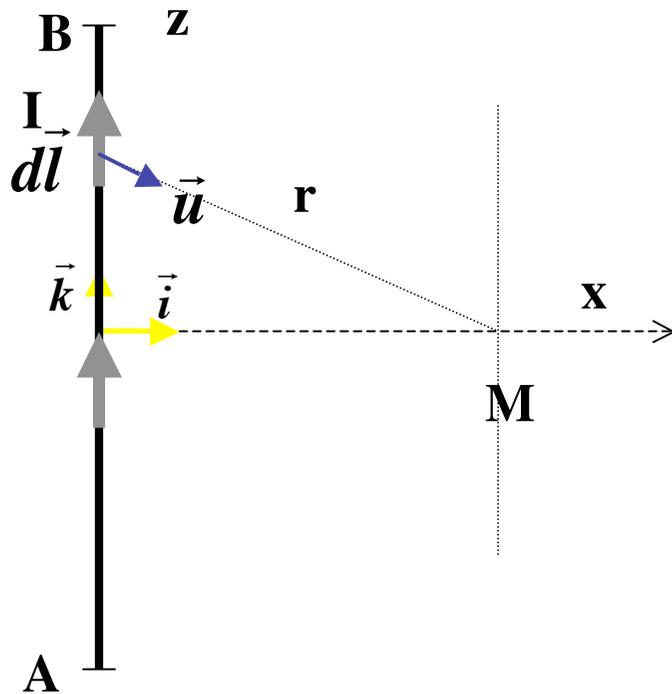
## VI.3 Calcul direct de champ du à des distribution de courants. Ex

Quelque soit la forme de la distribution de courant selon:

*Fil, surface ou volume*

**Principe de superposition**  $\Rightarrow \vec{H} = \sum_{Distr.I} d\vec{H}$

Exemple *Portion de fil parcouru par un courant I. H créé dans le vide (air)?*

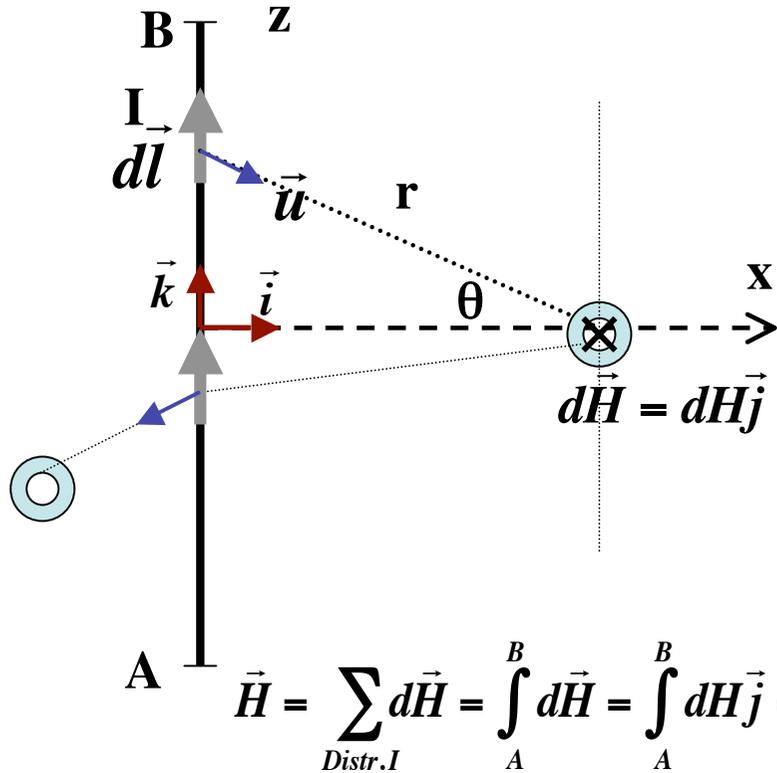


$$|d\vec{l} \wedge \vec{u}| = |dl||u|\sin(\vec{dl}, \vec{u}) = dl \cos\theta$$

# Portion de fil et fil infini (calcul)

Avec le vecteur unitaire  $\vec{j}$  perpendiculaire à  $\vec{i}$  et  $\vec{k}$ :

$$d\vec{l} \wedge \vec{u} = dl \sin(\angle d\vec{l}, \vec{u}) \vec{j} = dl \cos\theta \vec{j}$$



$$z = x \tan\theta \quad \Rightarrow \quad dl = dz = \frac{x d\theta}{\cos^2\theta}$$

$$|d\vec{l} \wedge \vec{u}| = dl \cos\theta = \frac{x d\theta}{\cos^2\theta} \cos\theta = \frac{x d\theta}{\cos\theta}$$

$$x = r \cos\theta \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{r} = \frac{\cos\theta}{x}$$

$$dH = \frac{I \cos\theta d\theta}{4\pi x}$$

$$\vec{H} = \sum_{Distr. I} d\vec{H} = \int_A^B d\vec{H} = \int_A^B dH \vec{j} = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{I \cos\theta d\theta}{4\pi x} \vec{j} \quad \vec{H} = \vec{j} \frac{I}{4\pi x} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos\theta d\theta$$

$$\Rightarrow H = \frac{I}{4\pi x} (\sin\theta_2 - \sin\theta_1)$$

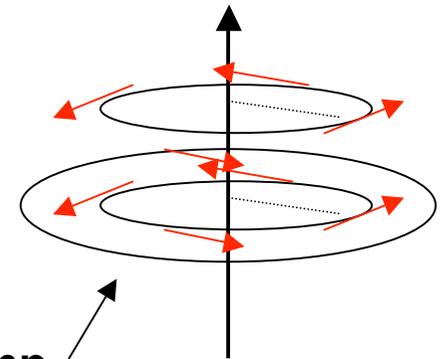
Cas du fil infini ??

$\theta_2$  tend vers  $+\pi/2$

$\theta_1$  tend vers  $-\pi/2$

$$H = \frac{I}{2\pi x}$$

On définit : Lignes de champ



## VI.4 Vecteur « Induction » et force magnétique élémentaire dans le vide

### a) Vecteur induction élémentaire

$$d\vec{B} = \mu_0 d\vec{H}$$

$\mu_0$  : Perméabilité magnétique du vide

$\mu_0$  caractérise les propriétés du « vide » (comme  $\epsilon_0$ )

Unités

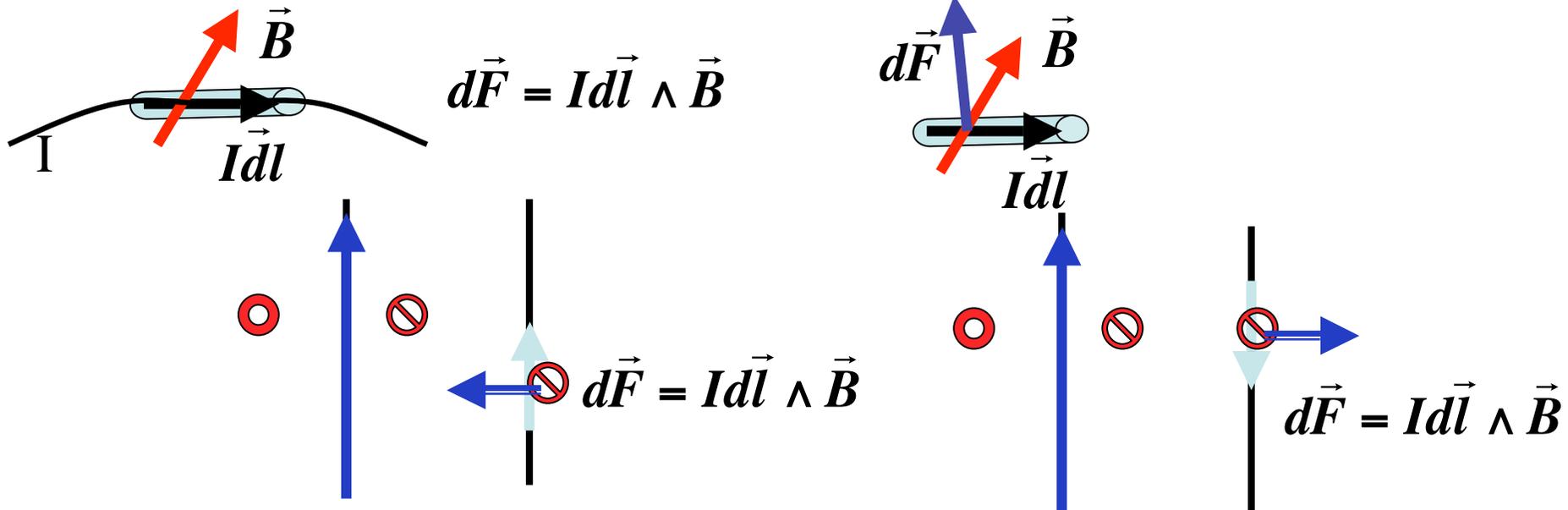
$H$  :  $\text{Am}^{-1}$

$B$  : T (Tesla)

$\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$  UMKSA

### b) Force magnétique agissant sur un élément de courant placée dans une induction $B$ .

L'élément de force est donné par:



Exemple d'un fil (parcouru par un certain courant) créant une induction  $B$  ( voir exo) qui agit sur un autre fil parcourue par un courant  $I$ .

## VI.5 Champ et induction dans un milieu quelconque

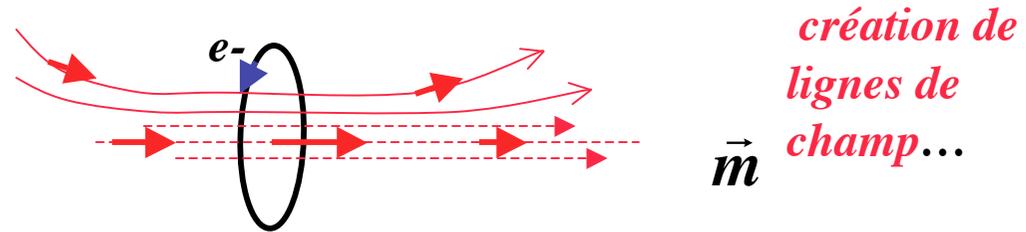
Dans le vide, champ d'induction ( $\vec{B}$ ) et champ d'excitation magnétique ( $\vec{H}$ ) sont liées par la perméabilité magnétique du vide,  $\mu_0$ ,

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$$

Dans un matériau isotrope une nouvelle grandeur vectorielle, « l'aimantation », se superpose au champ d'excitation pour traduire **l'influence du milieu**

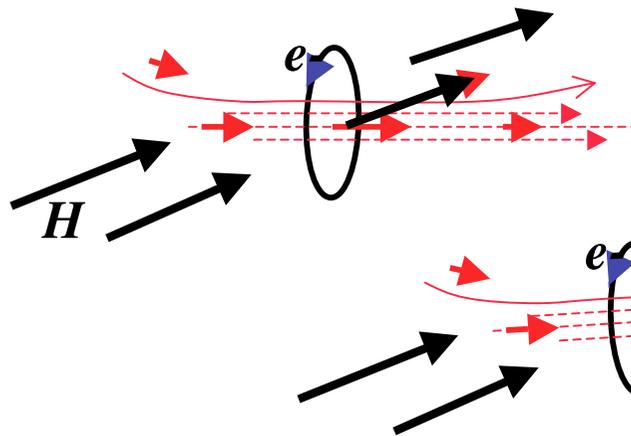
*Origine?*

*Rappel (cf TD) : une spire circulaire parcourue par un courant crée un champ magnétique « m ». C'est le aussi le modèle d'une orbite électronique....*



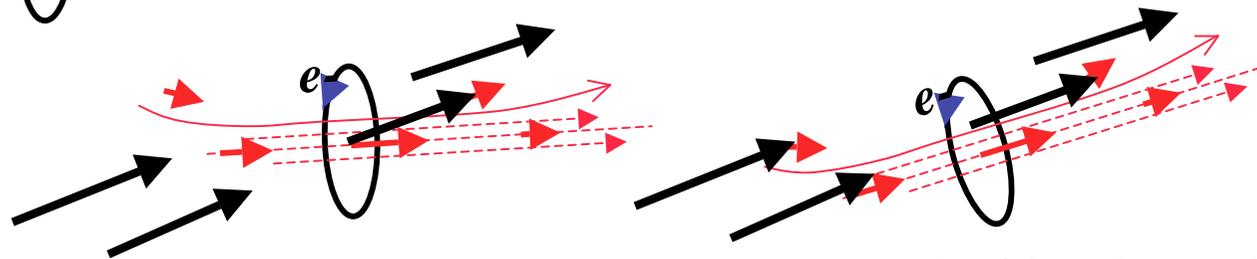
*Si on applique un champ extérieur H ???*

*H va agir (forces magnétiques) sur l'orientation des trajectoires des électrons des atomes* (Rappel: E agit sur la « forme » des trajectoires)



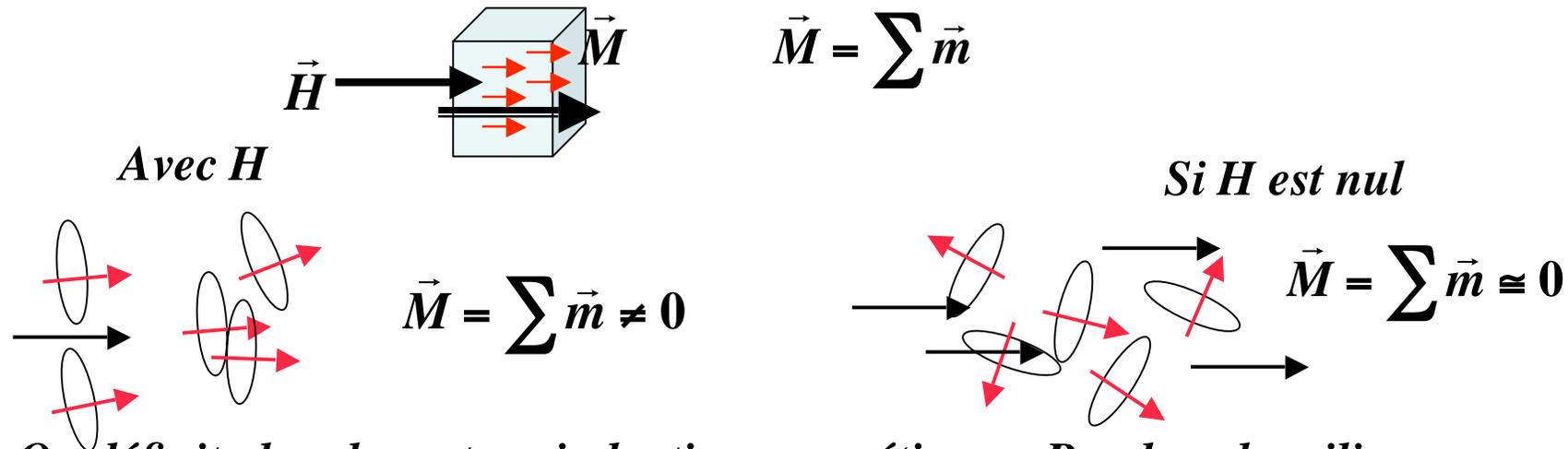
*H tend à aligner l'axe de l'orbite selon sa direction*

*(En fait quelques Valeurs d'angle possibles : valeurs discontinues)*



## VI.6 « Aimantation »

Dans l'unité de volume on définit un vecteur « magnétisation (aimantation) » :



On définit alors le vecteur induction magnétique «  $B$  » dans le milieu : caractérisant le champ appliqué ( $H$ ) et la réaction du milieu ( $M$ ), « l'aimantation »

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{M}$$

(cf action d'un champ dans un isolant :

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P})$$

*...Dans un milieu linéaire l'aimantation  $M$  est proportionnelle à  $H$ ... alors*

Dans un milieu on a une relation linéaire entre l'induction et l'excitation :

$$\vec{B} = \mu \vec{H} = \mu_r \mu_0 \vec{H}$$

$\mu_r$ , perméabilité magnétique relative.  
Elle dépend du milieu (cf plus loin)

(le coefficient de perméabilité absolue  $\mu$  remplace la perméabilité du vide  $\mu_0$ ).

## **VII Milieux magnétiques et non magnétiques**

### **VII.1 Les différents milieux**

### **VII.2 Aimantation, Cycle d'hystérésis**

## VII.1 Les différents milieux

Les milieux sont classés selon leur réaction à l'application d'un champ

• Les milieux peu « magnétiques ».

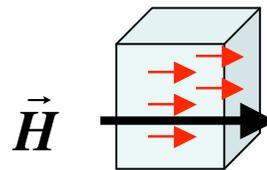
Les conséquences de l'application d'un champ sont faibles (aimantation  $M$  très faible, dans le sens ou le sens contraire au champ).

Ce sont la plus part des milieux, dits non magnétiques. On a alors :  $\mu_r \neq 1$

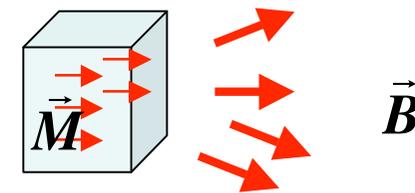
• Une autre classe réagissent très fortement au champ (ex : fer, cobalt, nickel) : les « ferromagnétiques »

Alors  $\mu_r$  est très élevé ,ex fer : 1500

Propriétés des  
ferromagnétiques :  
aimantation « rémanente »



Suppression de  $H$



Aimantation permanente

Et:

Relation entre  $H$  appliqué et  $B$  ?

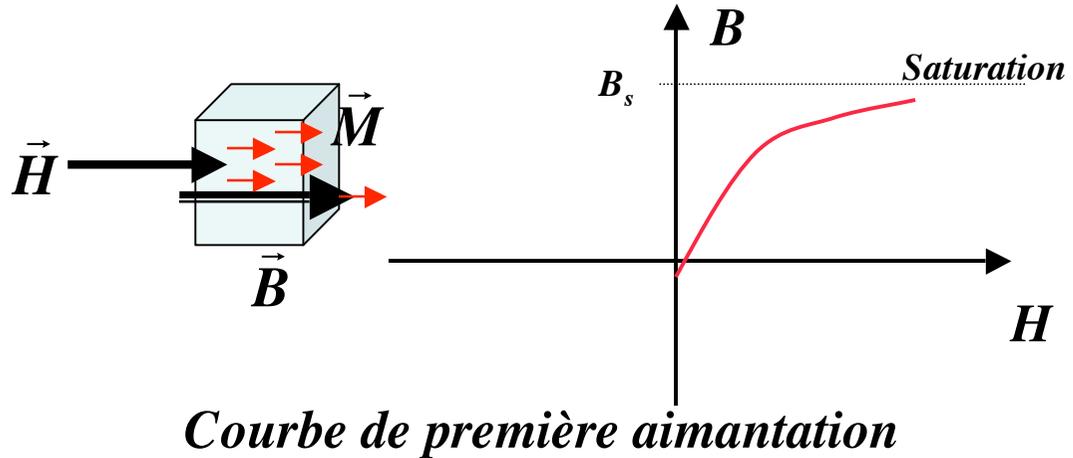
$$\vec{B} = \mu \vec{H} = \mu_r \mu_0 \vec{H}$$



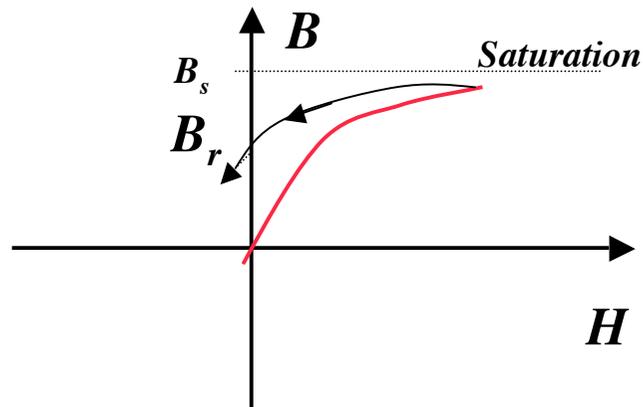
Caractérisée par un « cycle d'hystérésis »

## VII.2 Aimantation, Cycle d'hystérésis

Appliquons **pour la première fois**, un champ dans un matériau ferromagnétique

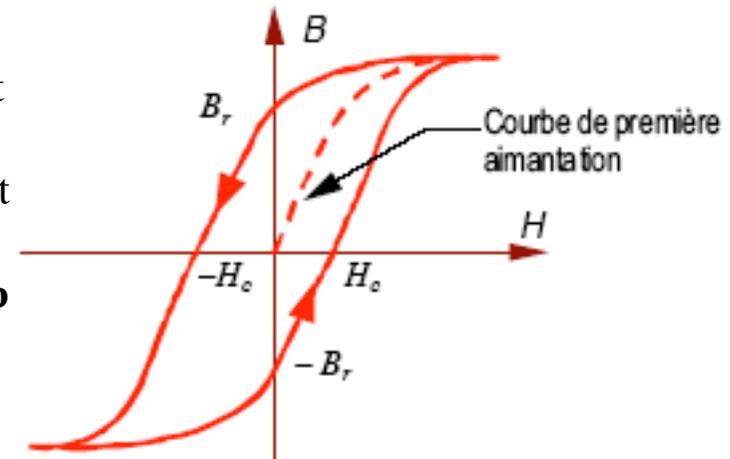


Si on diminue  $H$  ???



On voit bien qu'il subsiste une **induction rémanente  $B_r$**  lorsque  $H = 0$

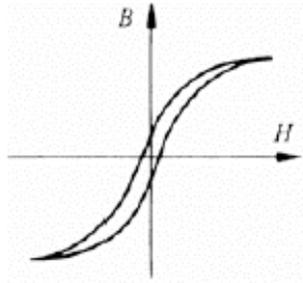
Le champ d'excitation doit s'inverser pour annuler  $B$ , il faut appliquer  $-H_c$ .  $H_c$  est le **champ coercitif**



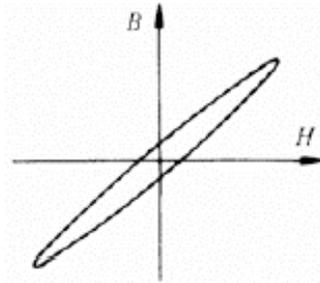
Ensuite: « Cycle d'hystérésis »

La courbe ne repasse plus jamais par zéro...

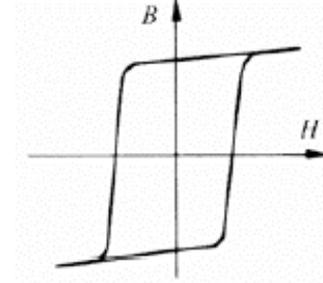
## VII.3 Cycles et mémoires magnétiques



Permalloy (Fe-Ni)



Isoperm (Fe-Ni)

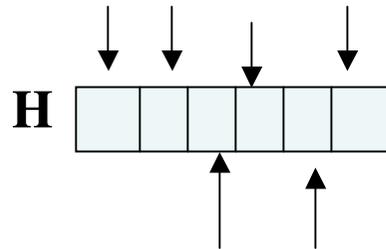


Alnico (Fe - Ni - Cu - Co)

### APPLICATIONS

### Aimants , Mémoires magnétiques

#### •Digitales

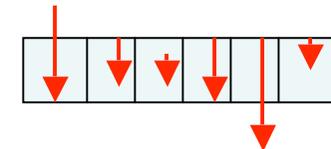
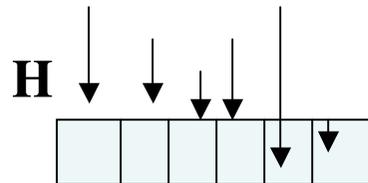


*Supression de H*



«0» «0» «1» «0» «1» «0»

#### • Ou analogique



•Variation de l'amplitude de H (même sens)

•Variation de l'amplitude de M et B (même sens)

## **VIII Flux magnétique, self**

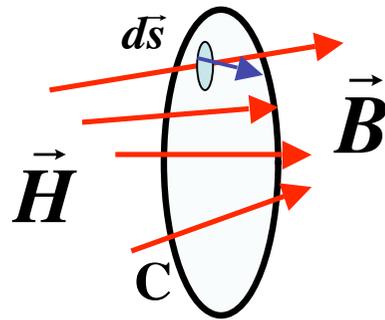
**VIII.1 Flux et Flux propre d'un circuit**

**VIII.2 Exemples de Flux propre de circuits**

**VIII.3 Flux variable avec le temps**

## VIII.1 Flux et flux propre, « self »

Soit un circuit C placé dans un milieu  $\mu_r$  et un champ magnétique H

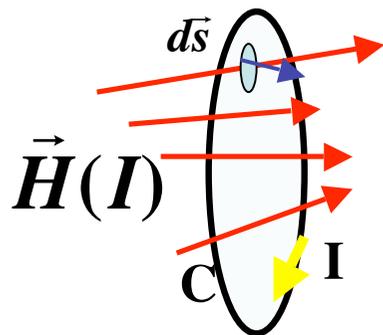


Flux magnétique élémentaire  $d\phi = \vec{B}d\vec{s}$

avec  $\vec{B} = \mu_0\mu_r\vec{H}$

Flux magnétique totale  $\phi = \sum d\phi = \iint_C \vec{B}d\vec{s}$

Flux propre d'un circuit



Soit un circuit (dans un milieu «  $\mu_r$  ») parcouru par un courant I

Il crée dans tout l'espace un champ H fonction de I

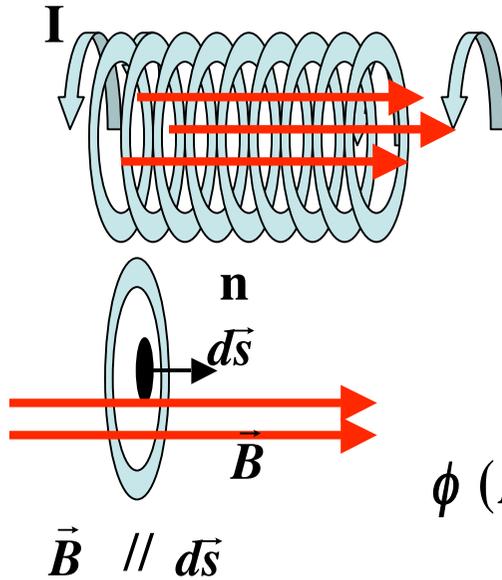
Il est donc dans son propre flux dû à B(I)  $\phi_{propre}(I) = \iint_C \vec{B}(I)d\vec{s}$

On pourrait démontrer que ce flux propre est proportionnel à I, on pose:

$$\phi_{propre} = LI$$

L : coefficient de « self » du circuit (Unité : le Henry)

## VIII.2 Exemples de Flux propre de circuits, bobine (« self »)



**I** Le champ créé par une bobine est donné par  
 ( $n$ : nombre de spire/unité de longueur,  $I$  courant)

$$\mathbf{H} = n\mathbf{I}$$

Flux à travers une spire de surface  $S$  ?

$$\phi(I) = \iint_{1 \text{ spire}} \vec{B}(I) d\vec{s} = \iint_{1 \text{ spire}} B(I) ds$$

$$\phi(I) = \iint_{1 \text{ spire}} \mu_0 \mu_r n I ds = \mu_0 \mu_r n I \iint_{1 \text{ spire}} ds = \mu_0 \mu_r n I S$$

Flux à travers  $n$  spires

$$\phi_{prop}(I) = n \iint_{1 \text{ spire}} \vec{B}(I) d\vec{s}$$

$$\phi_{prop}(I) = n \mu_0 \mu_r n I S = \mu_0 \mu_r n^2 I S$$

Coefficient de self de la bobine

$$L = \mu_0 \mu_r n^2 S$$

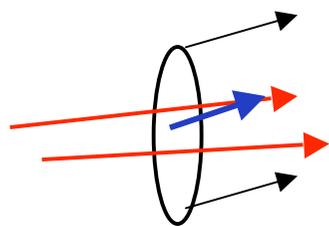
(Dans l'air:  $\mu_r=1$ )

Autre exemple: coefficient de self  
 d'une ligne coaxiale (cf TD)

$$L = \frac{\mu_0 \mu_r}{2\pi} L_n \left( \frac{R_2}{R_1} \right)$$

## VIII.3 Flux variable avec le temps

### 4a) Phénomène d'induction magnétique: loi de Lenz-Faraday



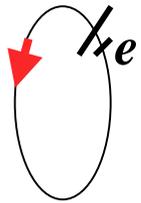
$$\phi = \iint_C \vec{B} d\vec{s}$$

Soit un circuit dans un flux magnétique

Si ce flux varie au cours du temps car:  $\phi(t) = \iint_C \vec{B} d\vec{s}$

- variation de B
- déplacement du circuit
- déformation du circuit

Apparition d'un courant « induit »  $i$  dans le circuit, si le circuit est fermé

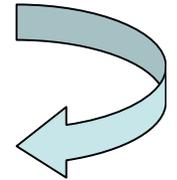


Donc existence d'une « force électromotrice induite »:  $e$

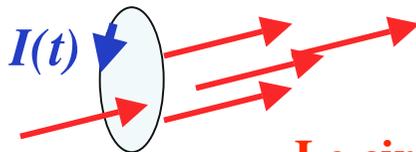
$$e = - \frac{d\phi(t)}{dt}$$

Si  $R$  est la résistance du circuit

$$e = - \frac{d\phi(t)}{dt} = Ri(t)$$



### 4b) Conséquence pour un circuit parcouru par un courant $I$ fonction du temps



Si un circuit est parcouru par un courant  $I(t)$  :

Création d'un champ magnétique

Le circuit est dans son flux propre qui varie avec le temps

$$\phi_{\text{propre}} = LI(t)$$



$$e = - \frac{d\phi(t)}{dt} = -L \frac{dI(t)}{dt}$$

$$i(t) = \frac{e}{R} = - \frac{d\phi(t)}{Rdt} = - \frac{L}{R} \frac{dI(t)}{dt}$$

$$I_{\text{total}} = I + i$$